Министерство образования Иркутской области
ГБПОУ ИО «Бодайбинский горный техникум»

Утверждаю:
Зам. директора по УР
__________ Шпак М.Е.
«10» 10 2017 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКА

Специальности СПО:	13.02.11 Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям) 21.02.13 Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений полезных ископаемых 21.02.14 Маркшейдерское дело 21.02.15 Открытые горные работы 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)
Форма обучения:	Очная, заочная

Рекомендовано методическим советом
ГБПОУ ИО «Бодайбинский горный техникум»
Заключение методического совета,
протокол № 01 от «01» 10 2017 г.
председатель методсовета
__________ /Шпак М.Е./

Бодайбо, 2017 г.

Комплект практических работ учебной дисциплины разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по программам подготовки специалистов среднего звена:

21.02.15 Открытые горные работы, квалификация – горный техник-технолог

(Приказ Минобрнауки России от 12 мая 2014 г. № 496). "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 21.02.15 Открытые горные работы" (Зарегистрировано в Минюсте России 18.06.2014 N 32773)

13.02.11 Техническая эксплуатация и обслуживание электрического и электромеханического оборудования (по отраслям)" (Приказ Минобрнауки России от 28 июля 2014 г. N 831"Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (Зарегистрировано в Минюсте России 19 августа 2014 г. N 33635)

38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), квалификация-бухгалтер (Приказ Минобрнауки России от 28 июля 2014 г №832 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)» (Зарегистрировано в Минюсте России 19 августа 2014 № 33638).

Организация- разработчик: ГБПОУ ИО « Бодайбинский горный техникум»

Разработчик: Юрченко Т.Г. - преподаватель ГБПОУ ИО «Бодайбинский горный техникум»

Рассмотрены и утверждены на заседании предметно-цикловой комиссии

____

Протокол №_____ от «____»___________201__г.

Председатель ПЦК ___________________/__________/

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1 К основным видам учебных занятий наряду с другими отнесены практические занятия, направленные на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных и практических умений, они составляют важную часть теоретической и практической подготовки.

1.2. В процессе практической работы как вида учебного занятия учащиеся выполняют одну или несколько практических работ (заданий) под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

1.3. Выполнение учащимися практических работ направлено:

- на обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам математического цикла;
- на формирование умений применять полученные знания на практике;
- реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- на выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

1.4. Практические работы, и их объемы определены рабочими учебными планами.

1.5. При проведении практических работ учебная группа согласно Государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки учащихся может делиться на подгруппы.

2. Планирование практических работ по математике

2.1. При планировании состава и содержания практических работ следует исходить из того, что практические работы имеют разные ведущие дидактические цели.

2.2. Ведущей дидактической целью практических работ по математике является формирование практических умений — умений выполнять определенные действия, операции, необходимые в последующем учебных умений решать задачи, необходимых в последующей учебной деятельности. Состав и содержание практических работ направлены на реализацию Государственных требований.

.2.3. При разработке содержания практических работ по математике следует учитывать, чтобы в совокупности по учебной дисциплине они охватывали весь круг общеучебных навыков и умений, на подготовку к которым ориентирована данная дисциплина.

2.4. При выполнении практических работ учащиеся овладевают предметно-информационной и деятельстно - коммуникативной составляющей, которые в дальнейшем закрепляются и совершенствуются в процессе изучения математики. Наряду с формированием умений и навыков в процессе выполнения практических работ обобщаются, систематизируются, углубляются и конкретизируются теоретические знания, вырабатываются способность и готовность использовать теоретические знания на практике, развиваются интеллектуальные умения.

2.5. Содержание практических работ фиксируется в рабочей учебной программе по математике в разделе «Содержание учебной дисциплины» и «Перечень практических работ».

2.6. Состав заданий практических работ спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время могло быть выполнено качественно большинством учащихся. Количество часов, отводимых на практические занятия, фиксируется в тематических планах и рабочих учебных программ.

3. Организация и проведение практических занятий по математике

3.1. Практические работы должны проводиться в учебном кабинете. Необходимыми структурными элементами практических работ, помимо самостоятельной деятельности учащихся, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения учащимися запланированными умениями.

3.2. Выполнению практических работ предшествует проверка знаний учащихся — их теоретической готовности к выполнению задания.

3.3. Практические работы носят репродуктивный, частично поисковый и поисковый характер.

- Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении учащиеся пользуются формулами, подобными решенными задачами или примерами, методическими указаниями, учебной литературой, выводами
- Работы, носящие частично поисковый характер, отличаются тем, что при их проведении учащиеся не пользуются подробными инструкциями, формулами, подобными решенными задачами или примерами, методическими указаниями, учебной литературой, выводами. Работы требуют от учащихся самостоятельного подбора формул, выбора способов решения задач и примеров в инструктивной и справочной литературе и др.
- Работы, носящие поисковый характер, характеризуются тем, что учащиеся должны решить новую для них задачу, опираясь на имеющиеся у них теоретические знания.

При планировании практических работ существует оптимальное соотношение репродуктивных, частично поисковых и поисковых работ, чтобы обеспечить высокий уровень интеллектуальной деятельности.

3.4. Формы организации учащихся при выполнении практических работ:

фронтальная, групповая и индивидуальная.

- При фронтальной форме организации практических работ все учащиеся выполняют одновременно одну и ту же работу.
- При групповой форме организации практических работ одна и та же работа выполняется бригадами по 2—5 человек.
- При индивидуальной форме организации практических работ каждый учащийся выполняет индивидуальное задание.

3.5. Для повышения эффективности проведения практических работ разработаны:

- задания и упражнения
- подчинение методики проведения практических работ ведущим дидактическим целям с соответствующими установками для учащихся;
- использование в практике преподавания поисковых практических работ, построенных на проблемной основе; применение коллективных и групповых форм работы, максимальное использование индивидуальных форм с целью повышения ответственности каждого учащегося за самостоятельное выполнение полного объема работ; проведение практических занятий на повышенном уровне трудности с включением в них заданий, связанных с выбором учащимися условий выполнения работы, конкретизацией целей, подбор дополнительных задач и заданий для обучающихся , работающих в более быстром темпе, для эффективного использования времени, отводимого на практическую работу.

Перечень практических работ (2 курс)

№ п/п	Тема	Наименование практического занятия	Кол-во часов
1	1	Решение технологических задач с помощью процентов и пропорций.	**3**
2	2.2	Вычисление пределов последовательностей и функций.	**3**
3	3.1	Дифференцирование функций.	**2**
4	3.2	Расчет цены одной порции блюда, максимизирующей прибыль ресторана, с помощью производной.	**2**
5	4.1	Нахождение неопределенных интегралов.	**5**
6	4.2	Вычисление определенных интегралов.	**2**
7	4.2	Вычисление объема посуды и силы давления жидкости на поверхность посуды с помощью определенного интеграла.	**2**
9	6.1	Решение простейших задач с применением комбинаторных формул и классического определения вероятности. Вычисление числовых характеристик случайной величины.	**3**
10	6.2	Статистический анализ количества заказов в кафе.	**2**

Практическое занятие № 1

Тема: Решение технологических задач с помощью процентов и пропорций.

Цель: закрепить навыки применения пропорций и процентов для решения задач по технологии продукции общественного питания.

Материальное обеспечение: методические указания, технологические таблицы сборника рецептур.

Вводный контроль:

1. Что называют процентом от числа?
2. Как найти n% от заданного количества?
3. Что называют пропорцией?
4. Запишите и сформулируйте правило пропорции.
5. Как найти неизвестный член пропорции?
6. Какие технологические задачи можно решить методами элементарной математики?
7. Как можно рассчитать калорийность 100 граммов продукта, зная процент содержания белков, жиров, углеводов и органических кислот в этом продукте?

Порядок выполнения работы:

Задание 1. 100 граммов плавленого сыра «Кисломолочный» содержат 20,8 граммов белка, 20,2 граммов жира и имеют калорийность 265 ккал. Зная калорийность одного грамма белка, жира и углевода, рассчитайте процент углеводов в этом виде сыра.

Решение: обозначим процент углеводов в сыре – х. Так как калорийность одного грамма белка, жира и углевода равна соответственно 4 ккал, 9 ккал и 3,75 ккал, то составляем и решаем уравнение:

$$4 \cdot 20{,}8 + 9 \cdot 20{,}2 + 3{,}75 \cdot x = 265$$

$$3{,}75x = 265 - 83{,}2 - 181{,}8$$

$$3{,}75x = 0$$

$$x = 0$$

Значит, содержанием углеводов в данном виде сыра можно пренебречь.

Задание 2. Отходы при чистке картофеля, собранного в октябре, составляют 25% массы картофеля, а при его длительном хранении увеличиваются на 5% каждые 2 месяца. Сколько картофеля необходимо в декабре для получения 75 кг сырого очищенного картофеля?

Решение: обозначим массу брутто (неочищенного картофеля) в декабре – х. Отходы при чистке картофеля в декабре составляют 25%+5%=30% массы картофеля, тогда масса нетто (очищенного картофеля) составляет 70% массы брутто. Составляем и решаем уравнение:

$$0{,}70\cdot x = 75$$

$$x = 75:0{,}7$$

$$x \approx 107$$

Значит, необходимо около 107 кг картофеля.

Задание 3. Для приготовления мучных изделий 1 кг хлебопекарных дрожжей может быть заменен на 0,25 кг сухих дрожжей. Для выпечки хлеба необходимы 15 кг хлебопекарных дрожжей, но на предприятие завезли дрожжи сухие. Определить, какое количество сухих дрожжей необходимо.

Решение: обозначив через х количество сухих дрожжей, составляем пропорцию:

$1 кг. - 0{,}25 кг.$

$15 кг. - x\, кг.$

По правилу пропорции выражаем неизвестную величину:

$$x = \frac{15\cdot 0{,}25}{1} = 3{,}75 \text{ (кг)}$$

Значит, необходимо взять 3,75 кг сухих дрожжей.

Задание 4. Определить массу выхода картофеля отварного (3% потери массы при варке) из картофеля массой брутто 30 кг, если блюдо готовится в феврале.

Решение: из условия первой задачи получаем процент отходов при чистке картофеля в феврале: 25%+5%+5%=35%. Тогда масса нетто (очищенного картофеля) составляет 100%-35%=65% массы брутто. Определим массу нетто: $30\cdot 0{,}65 = 19{,}5(кг)$.

Так как при варке картофеля теряется 3% его массы, то масса выхода составляет 97% массы до тепловой обработки. Вычисляем массу выхода отварного картофеля: $19{,}5\cdot 0{,}97 \approx 18{,}915(кг)$.

Значит, масса выхода отварного картофеля приблизительно равна 19 кг.

Решите задачи по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. 100 граммов сметаны содержат 2,7 граммов белка, 3,6 граммов углеводов и имеют калорийность 160 ккал. Зная калорийность одного грамма белка, жира и углевода, вычислите жирность сметаны (в процентах).
2. При приготовлении запеканки из творога потери массы составляют 15% от массы полуфабриката. Сколько весит полуфабрикат, если масса выхода (готового продукта) равна 100 граммов?
3. Для ароматизации супа 1 кг свежего укропа может быть заменен на 0,76 кг быстрозамороженной зелени укропа. Зимой, ввиду отсутствия свежей зелени, применяют замороженную зелень. Какое количество замороженного укропа необходимо для замены 1,3 кг укропа свежего?
4. Определить массу брутто потрошеных кур первой категории (11,1% отходов) для приготовления 4 кг вареной курятины (28% потери массы при варке).

Вариант № 2

1. В 100 граммах кукурузного хлеба с сыром содержится 12,03 граммов белка, 2,53 грамма жира. Зная калорийность одного грамма белка, жира и углевода и калорийность 100 граммов этого вида хлеба (260,4 ккал), вычислите процент углеводов в нем.
2. Отходы при чистке картофеля, собранного в октябре, составляют 25% массы картофеля, а при его длительном хранении увеличиваются на 5% каждые 2 месяца.

Какова масса сырого очищенного картофеля, полученного в декабре из 75 кг картофеля?
3. Для приготовления супа необходимы 10 кг свежих помидор. Зимой, ввиду их отсутствия, применяется томатное пюре. Сколько понадобится пюре, если по нормам взаимозаменяемости соотношение свежих помидор и томатного пюре – 1:0,46?
4. Определить массу брутто картофеля, необходимого для приготовления в апреле 1 кг чипсов (66% потери массы при тепловой обработке).

Вариант № 3

1. Сухари «Ванильные» имеют энергетическую ценность 387,125 ккал и содержат 11,4% жиров, 66,7% углеводов. Зная калорийность одного грамма белка, жира и углевода, рассчитать процент белка в сухарях.
2. При приготовлении омлета с сыром потери массы составляют 8%. Рассчитайте массу выхода (готового продукта), зная, что масса полуфабриката равна 108,7 граммов.
3. Какое количество кофе натурального растворимого потребуется для замены 200 г кофе натурального жареного, если по нормам взаимозаменяемости 1 кг жареного кофе соответствуют 0,35 кг растворимого кофе?
4. Определить массу выхода баклажанов, жаренных кружочками, если для приготовления блюда используется 10 кг баклажанов (масса брутто) и известно, что отходы при чистке составляют 5%, а потери массы при жарке – 26%.

Содержание отчета:

отчет должен содержать:

1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. При решении каких технологических задач применяются пропорции и проценты?
2. Сформулируйте правило вычисления n% от заданного количества.
3. Сформулируйте и запишите правило пропорции.

Список литературы:

Перетятко, Т.И. Основы калькуляции и учета в общественном питании: учебно-практическое пособие. – М.: Дашков и К°, 2002. – 232, с.

Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	0 – 49%
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	50 – 64%
3	Хорошо ставится при выполнении	65 – 80%
4	Отлично ставится при выполнении более	81%

Практическое занятие № 2

Тема: Вычисление пределов последовательностей и функций.

Цель: закрепить навыки вычисления пределов числовых последовательностей и функций.

Материальное обеспечение: методические указания.

Вводный контроль:

1. Какие существуют способы задания и виды числовых последовательностей?
2. Что называют пределом числовой последовательности?
3. Сформулируйте основные теоремы о пределе последовательности и запишите в виде формул.
4. Что называют числовой функцией? Каковы способы задания функции?

5. Сформулируйте определение предела функции в точке. Каковы основные теоремы о пределах функций?
6. Сформулируйте правила устранения неопределенностей вида $\frac{\infty}{\infty}$ и $\frac{0}{0}$ при вычислении пределов последовательностей и функций.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Записать первые 5 членов последовательности, заданной формулой общего члена:

$$a_n = (-1)^n (n^2 + 8n)$$

Решение:

$$a_1 = (-1)^1 (1^2 + 8) = -9;$$

$$a_2 = (-1)^2 (2^2 + 16) = 20;$$

$$a_3 = (-1)^3 (3^2 + 24) = -33;$$

$$a_4 = (-1)^4 (4^2 + 32) = 48;$$

$$a_5 = (-1)^5 (5^2 + 40) = -65$$

Задание 2. Вычислить предел последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{8n^2 + 2n + 5}{4n^2 - n + 9}$

Решение:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{8n^2 + 2n + 5}{4n^2 - n + 9} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{8n^2}{n^2} + \frac{2n}{n^2} + \frac{5}{n^2}}{\frac{4n^2}{n^2} - \frac{n}{n^2} + \frac{9}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{8 + \frac{2}{n} + \frac{5}{n^2}}{4 - \frac{1}{n} + \frac{9}{n^2}} = \frac{8 + 0 + 0}{4 - 0 + 0} =$$

$$= \frac{8}{4} = 2$$

Задание 3. Вычислить предел дробно-рациональной функции: $\lim\limits_{x\to-1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 6x + 5}$

Решение: при x= -1 получим неопределенность:

$$\frac{(-1)^2 + 2(-1) + 1}{(-1)^2 + 6(-1) + 5} = \frac{1 - 2 + 1}{1 - 6 + 5} = \frac{0}{0}$$

Разложим числитель и знаменатель дроби на множители и сократим дробь:

$$\lim_{x\to-1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 6x + 5} = \lim_{x\to-1} \frac{(x+1)(x+1)}{(x+1)(x+5)} = \frac{-1+1}{-1+5} = \frac{0}{4} = 0$$

Задание 4. Вычислить предел иррационального выражения: $\lim\limits_{x\to-1} \frac{1 - \sqrt{-x}}{x+1}$

Решение: при x= -1 получим неопределенность:

$$\frac{1 - \sqrt{-(-1)}}{-1+1} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0}$$

Домножим числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное числителю и, раскрыв в числителе скобки, сократим дробь:

$$\lim_{x\to -1}\frac{1-\sqrt{-x}}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(1-\sqrt{-x})(1+\sqrt{-x})}{(x+1)(1+\sqrt{-x})}=\lim_{x\to -1}\frac{1-(-x)}{(x+1)(1+\sqrt{-x})}=$$
$$=\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{(x+1)(1+\sqrt{-x})}=\frac{1}{1+\sqrt{-(-1)}}=\frac{1}{2}$$

Решите задачи по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. Записать первые 5 членов последовательности, заданной формулой общего члена: $a_n=(-1)^n(n^3+5n)$
2. Вычислить пределы последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2-2n+4}{4n^2+n-3}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-3n+3}{5n^3+2n^2-n-2}$; c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^3-4n+2}{6n^2+3n-2}$
3. Вычислить пределы функций: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2-x}{4-x^2}$; b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{x^4+x}$; c) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-6x+8}{x^2-3x-4}$; d) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$; e) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{tg 6x}$

Вариант № 2

1. Записать первые 5 членов последовательности, заданной формулой общего члена: $a_n=(-1)^{n+1}(n^3-n)$

2.Вычислить пределы последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2-n+5}{6n^2+n+4}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n^3+n^2-2n+6}{5n^2+2n+3}$; c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2-2n+4}{7n^3+n+2}$

3.Вычислить пределы функций: $\lim\limits_{x\to 3}\frac{9-x^2}{3-x}$; b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^4-8x}{x-2}$; c) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+1}{x^2+3x+2}$; d) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$;

e) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx}{\sin 3x}$

Вариант № 3

1.Записать первые 5 членов последовательности, заданной формулой общего члена: $a_n=(-1)^n(2n^3-n)$

2.Вычислить пределы последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2+n+2}{9n^2-n-7}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n^2+2n+3}{8n^3-n^2-2n}$; c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^3+2n+1}{10n^2-2n-6}$

3.Вычислить пределы функций: $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x-4}{x^2-16}$; b) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^3-64}{x^2-4x}$; c) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2+4x+4}{x^2+6x+8}$; d) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+24}-5}{x-1}$;

e) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x}{\sin 10x}$

Вариант № 4

1.Записать первые 5 членов последовательности, заданной формулой общего члена:

$a_n=(-1)^{n+1}(2n^3+n)$

2.Вычислить пределы последовательностей:

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2-n-5}{6n^2+3n+1}$; b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^3-n^2-2n-4}{6n^2+3n+1}$;c) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-2n-6}{7n^3+4n+2}$

3.Вычислить пределы функций:

$\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$; b) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{3x+x^2}{x^3+27}$;c) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-8x+15}{x^2-x-6}$; d) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-4}-1}{x-5}$;

e) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg16x}{4x}$

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Что называют пределом последовательности? Пределом функции в точке? На бесконечности?

2. Как устранить неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$?

3. Как устранить неопределенность вида $\frac{0}{0}$ в случае дробно-рационального выражения? Иррационального выражения? Тригонометрического выражения?

Список литературы:

Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике: учеб. пособие для средних спец. учеб. заведений, 7-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2004. – 495, с.

Валуцэ, И.И., Дилигул, Г.Д. Математика для техникумов. - М.: Наука, 1990. – 576, с.

Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	**Оценка**	**% выполнения заданий**
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 3

Тема: Дифференцирование функций.

Цель: закрепить навыки дифференцирования функций, в том числе обратных тригонометрических.

Материальное обеспечение: методические указания, таблица производных (формул и правил дифференцирования).

Вводный контроль:

4. Что называют производной функции? Запишите формулу.
5. В чем состоит механический и геометрический смысл производной?

6. Сформулируйте и запишите правила дифференцирования.
7. Запишите формулы дифференцирования обратных тригонометрических функций (для случаев простых и сложных функций).
8. Как найти производную второго порядка функции? В чем состоит ее механический смысл?
9. Что называют производной n-го порядка? Каков алгоритм ее нахождения?

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Найти производную функции $y=(3x-1)^2(x+1)^3$.

Решение. Применим правило дифференцирования произведения:

(uv)\`=u\`v+uv\`

и формулу производной сложной функции:

$(u^n)` = nu^{n-1}u`$,

получим

$y' = ((3x-1)^2)'(x+1)^3+(3x-1)^2((x+1)^3)' = 2(3x-1)3(x+1)^3+(3x-1)^2 3(x+1)^2 =$
$=3(3x-1)(x+1)^2(2x+2+3x-1)=3(3x-1)(x+1)^2(5x+1)$

Задание 2. Найти производную функции $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Решение. Применим правило дифференцирования частного:

$$\left(\frac{u}{v}\right)` = \frac{u`v-uv`}{v^2}$$

и формулу производной сложной функции:

$$(\sqrt{u})` = \frac{u`}{2\sqrt{u}},$$

получим

$$f'(x)=\frac{(2x-1)'\sqrt{x^2+1}-(2x-1)(\sqrt{x^2+1})`}{x^2+1}=\frac{2\sqrt{x^2+1}-\frac{2x^2-x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}=\frac{2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

Задание 3. Найти производную функции $y=16^{\sqrt{x^3+6x+14}}$.

Решение. Применим формулы производной сложной функции:

$$(a^u)` = a^u u` \ln a$$

$$(\sqrt{u})` = \frac{u`}{2\sqrt{u}},$$

получим

$$y' = 16^{\sqrt{x^3+6x+14}} \ln 16(\sqrt{x^3+6x+14})' = 16^{\sqrt{x^3+6x+14}} \ln 16 \frac{3x^2+6}{2\sqrt{x^3+6x+14}}.$$

Задание 4. Найти производную функции $y=\ln(\sqrt{9t^2+2}+3t)$.

Решение. Применим формулы производной сложной функции:

$$(\ln u)` = \frac{u`}{u}$$

$$(\sqrt{u})` = \frac{u`}{2\sqrt{u}}$$

получим

$$y' = \frac{\frac{9t}{\sqrt{9t^2+2}}+3}{\sqrt{9t^2+2}+3t} = \frac{9t+3\sqrt{9t^2+2}}{\sqrt{9t^2+2}(\sqrt{9t^2+2}+3t)} = \frac{3(3t+\sqrt{9t^2+2})}{\sqrt{9t^2+2}(\sqrt{9t^2+2}+3t)} = \frac{3}{\sqrt{9t^2+2}}$$

Задание 5. Найти производные первого и второго порядка функции y=x-arctgx.

Решение. Применим правило дифференцирования разности:

(u-v)`=u`-v`,

получим

$$y'=(x)'-(arctgx)'=1-\frac{1}{1+x^2}=\frac{1+x^2-1}{1+x^2}=\frac{x^2}{1+x^2}.$$

Вторично дифференцируя, по правилу производной частного имеем:

$$y``=\left(\frac{x^2}{1+x^2}\right)`=\frac{(x^2)`(1+x^2)-x^2\cdot(1+x^2)`}{(1+x^2)^2}=\frac{2x\cdot(1+x^2)-x^2\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\frac{2x+2x^3-2x^3}{(x^2+1)^2}=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

Задание 6. Найти производную функции y=arcsin(1-2x).

Решение. Применим формулу производной сложной функции:

$$(\arcsin u)`=\frac{u`}{\sqrt{1-u^2}},$$

получим

$$y'=\frac{-(1-2x)'}{\sqrt{1-1+4x-4x^2}}=\frac{2}{2\sqrt{x-x^2}}=\frac{\sqrt{x(1-x)}}{x(1-x)}.$$

Решите задачи по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

Найти производные функций:

1) s=$t^2\sqrt[3]{t}$;

2) $y=ax^5+bx^4+ax^3+b^3$ (a, b – числа)

3) y=$\frac{x^3+3x^2}{3x-1}$;

4) y=$\sqrt{(2-x)(3-2x)}$;

5) y=$\sqrt{e^x}$;

6) y=ln(3x^2+4x-7);

7) y=sinxcosx;

8) y=tgx-x;

9)y=arcsinx+$\sqrt{1+x^2}$;

10) Доказать, что, если тело движется по закону S=ae^t+be^{-t}, то его ускорение равно пройденному пути.

Вариант № 2

Найти производные функций:

1) y=x $\sqrt{x}\sqrt[3]{x}$;

2) $y=(a+b)x^8+(a+b)^3$ (a, b - числа)

3) y=$\frac{3x^2-2x-4}{2x-1}$;

4) y=(3t^5-5t^3+9)$^{10;}$

5) y=(e^{3x}-1)$^{2;}$

6) y=$\frac{1}{\ln x}$;

7) y=-4ctg^{3}x;

8) y=arcsin3x;

9) y=arctg $\sqrt{x^2+2x}$;

10) Найти момент времени t, в который ускорение точки, движущейся прямолинейно по закону s(t) = -t^3+3t^2-8, равно 0. Какова при этом скорость точки?

Вариант № 3

Найти производные функции

1) $y=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{4}x^4-3x^2+9$;

2) $y=3mx^n+2nx^m$ (m, n - числа)

3) $y=\frac{2x+1}{x^2+x}$;

4) y= $x^2\sqrt{4x-3}$;

5) y= $e^{(3x+5)^2}$;

6) y=(lnx)$^{3;}$

7) y= $\sqrt{1+2\sin x}$;

8) y=arcsin $\frac{x}{6}$;

9) y = $\sqrt{4x-1}-arctg\sqrt{4x-1}$;

10) Тело движется по закону s(t)=1-2t+t^3 (м). Найти его скорость и ускорение в момент времени t=3 с.

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Что называют производной функции в точке?
2. Какие задачи могут быть решены с помощью физического, геометрического смысла производной?
3. Что называют дифференцированием функции? Каким путем оно осуществляется?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Валуцэ, И.И., Дилигул, Г.Д. Математика для техникумов. - М.: Наука, 1990. – 576, с.
3. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 4

Тема: Расчет цены одной порции блюда, максимизирующей прибыль ресторана, с помощью производной.

Цель: закрепить навыки исследования функции на оптимальное значение при решении прикладных задач профессиональной направленности.

Материальное обеспечение: методические указания, таблица производных (формул и правил дифференцирования), научные калькуляторы.

Вводный контроль:

1. Что называют производной функции?
2. Какое свойство функции она характеризует?
3. Сформулируйте признаки возрастания, убывания графика функции на промежутке.
4. Что называют критической точкой? Точкой экстремума функции?
5. Что такое экстремум функции?
6. Сформулируйте алгоритм исследования функции на экстремумы.
7. Сформулируйте алгоритм исследования функции на наибольшее (наименьшее) значение на отрезке.
8. Какие задачи называют задачами на оптимальный вариант?
9. Как такие задачи могут быть решены методом дифференцирования?
10. Сформулируйте теорему.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Исследовать функцию $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ на монотонность и экстремумы.

Решение: область определения функции

$D(y) = R$

Находим производную функции:

$y' = 3x^2 - 10x + 3$

Приравниваем производную к нулю и решаем полученное уравнение:

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

$D = 100 - 36 = 64 = 8^2;$

$x_1 = \dfrac{10+8}{6} = 3;\ x_2 = \dfrac{10-8}{6} = \dfrac{1}{3}$ (*критические точки*)

Исследовав знаки производной методом интервалов, получим:

Функция возрастает на $x \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup [3; +\infty)$ и убывает на $x \in [\frac{1}{3}; 3]$.

Точки экстремума: $x_{\max} = \frac{1}{3};\ x_{\min} = 3.$

Экстремумы функции:

$y_{\max} = y(\frac{1}{3}) = (\frac{1}{3})^3 - 5(\frac{1}{3})^2 + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 = \frac{1}{27} - \frac{15}{27} = -\frac{14}{27};$

$y_{\min} = y(3) = 3^3 - 5 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 - 1 = 27 - 45 + 9 - 1 = -10.$

Задание 2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=2x^3-3x^2-36x+10$ на отрезке [-5;4].

Решение: 1) вычислим значения функции на концах отрезка:

$y(-5) = 2 \cdot (-5)^3 - 3 \cdot (-5)^2 - 36 \cdot (-5) + 10 = -250 - 75 + 180 + 10 = -135;$

$y(4) = 2 \cdot 4^3 - 3 \cdot 4^2 - 36 \cdot 4 + 10 = 128 - 48 - 144 + 10 = -54.$

2) найдем критические точки функции внутри данного отрезка с помощью производной:

$y` = 6x^2 - 6x - 36$

$6x^2 - 6x - 36 = 0$

$x^2 - x - 6 = 0$

$\textit{По теореме Виета}: x_1 = -2;\ x_2 = 3$

Обе точки принадлежат рассматриваемому отрезку, поэтому вычисляем значения функции в них:

$y(-2) = 2 \cdot (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 - 36 \cdot (-2) + 10 = -16 - 12 + 72 + 10 = 54;$

$y(3) = 2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 36 \cdot 3 + 10 = 54 - 27 - 108 + 10 = -71.$

3) Из всех найденных критических значений функции выбираем наибольшее и наименьшее на отрезке:

$y_{наиб} = \max\{-135; -54; 54; -71\} = 54;$

$y_{наим} = \min\{-135; -54; 54; -71\} = -135.$

Задание 3. В кафе при цене 55 рублей за чашку кофе в среднем бывает 45 заказов в день. Если цену повысить до 60 рублей, то количество заказов снижается до 40 чашек кофе. Считая линейным соотношение между спросом и ценой, найти значение цены, при которой выручка достигает своего максимального значения. Каково максимальное значение выручки?

Решение: обозначим цену чашки кофе – x, функцию спроса от цены – y(x).

По условию y(x) – линейная функция, поэтому y(x)=kx+b, где k и b - некоторые числа. Зная, что при цене 55 рублей за чашку кофе спрос составляет 45, а при цене 60 рублей – 40 чашек, составляем систему линейных уравнений и решаем ее методом сложения:

$$\begin{cases} 45 = 55k + b \\ 40 = 60k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = -5k \\ b = 40 - 60k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ b = 100 \end{cases}$$

Получим закон спроса: y(x)= - x+100.

Выручка определяется как произведение спроса на цену:

$z=yx=(-x+100)x= - x^2+100x$.

Исследуем эту функцию на максимум с помощью производной.

1) Область определения функции: $D(z) = (0; +\infty)$, так как цена является положительной величиной.

2) Производная функции: $z`(x) = -2x + 100$

3) Приравниваем производную к нулю и решаем полученное уравнение:

$-2x + 100 = 0$

$x = 50$ (*критическая точка*)

Так как в этой точке знак производной меняется с плюса на минус (проверьте самостоятельно методом интервалов), то это – точка максимума. Значит, в этой точке функция выручки достигает своего наибольшего значения, вычислим его:

$z_{\max} = 100 \cdot 50 - 50^2 = 5000 - 2500 = 2500$ (*рублей*)

Итак, максимальная выручка от продажи кофе составляет 2500 рублей в день и достигается при цене 50 рублей за одну чашку.

Решить задания по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. Исследовать функцию $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + 1$ на монотонность и экстремумы с помощью производной.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 4x + \frac{9}{x}$ на отрезке $[1;4]$.
3. В летнем кафе при стоимости 70 рублей за одну порцию греческого салата в среднем бывает 90 заказов в день. Если цену понизить до 65 рублей, то спрос возрастет до 100 заказов. Считая линейным соотношение между спросом и ценой, найти значение цены, при которой выручка достигает своего максимального значения. Каково при этом максимальное значение спроса? Выручки?

Вариант № 2

1. Исследовать функцию $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 2$ на монотонность и экстремумы с помощью производной.
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 3x + \frac{27}{x}$ на отрезке $[1;4]$.
3. В ресторане при стоимости 90 рублей за один гамбургер в среднем бывает 50 заказов в день. Если цену понизить до 85 рублей, то спрос возрастет до 55 заказов.

Считая линейным соотношение между спросом и ценой, найти значение цены, при которой выручка достигает своего максимального значения. Каково при этом максимальное значение спроса? Выручки?

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Сформулируйте алгоритм исследования функции на экстремумы. В чем состоит его практическое значение?
2. Какие задачи называются задачами на оптимальный вариант?
3. Всегда ли экстремальные значения функции являются ее наибольшим (наименьшим) значениями? При каком условии (сформулируйте теорему).

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 5

Тема: Нахождение неопределенных интегралов

Цель: закрепить навыки нахождения неопределенных интегралов методами непосредственного интегрирования и подстановки.

Материальное обеспечение: методические указания, таблица интегралов (формул и правил интегрирования).

Вводный контроль:

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Что называют неопределенным интегралом? Запишите общую формулу.
3. Перечислите свойства неопределенного интеграла, запишите их в виде формул.
4. Запишите формулу неопределенного интеграла от степенной функции, докажите ее.
5. В каких случаях интегрирования применяется метод подстановки? В чем состоит этот метод?

Порядок выполнения работы

Задание 1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int\left(3x^{-4}+8x^{-5}\right)dx=3\int x^{-4}dx+8\int x^{-5}dx=3\dfrac{x^{-3}}{-3}+8\dfrac{x^{-4}}{-4}+C=\dfrac{-1}{x^{3}}-\dfrac{2}{x^{4}}+C$

б) $\int x^{3}(1-6x^{2})dx=\int x^{3}dx-6\int x^{5}dx=\dfrac{x^{4}}{4}-\dfrac{6x^{6}}{6}+C=\dfrac{x^{4}}{4}-x^{6}+C$

в) $\int(3^{x}-e^{x}-1)dx=\int 3^{x}dx-\int e^{x}dx-\int dx=\dfrac{3^{x}}{\ln 3}-e^{x}-x+C$

г) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$, умножив числитель и знаменатель на $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, получим:

$$\int \frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}dx=\int \frac{\sin^2 xdx}{\sin^2 x\cos^2 x}+\int \frac{\cos^2 xdx}{\sin^2 x\cos^2 x}=\int \frac{dx}{\cos^2 x}+\int \frac{dx}{\sin^2 x}=tgx-ctgx+C$$

Задание 2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки

а) $\int \sqrt{\left(3z^4+2\right)^3}z^3dz$

Обозначим $3z^4+2=t$, тогда

$dt=\left(3z^4+2\right)'dz=12z^3dz$

$z^3dz=\frac{1}{12}dt$

Получим интеграл

$$\int \sqrt{t^3}\cdot\frac{1}{12}dt=\frac{1}{12}\int t^{\frac{3}{2}}dt=\frac{1}{12}\cdot\frac{t^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}+C=\frac{1}{12}\cdot\frac{2}{5}\cdot t^{\frac{5}{2}}+C=\frac{1}{30}\sqrt{\left(3z^4+2\right)^5}+C$$

б) $\int \frac{\left(5\ln x-1\right)^3}{x}dx$

Обозначим $5\ln x-1=t$, тогда

$dt=\left(5\ln x-1\right)dx=\frac{5dx}{x}$

$\frac{dx}{x}=\frac{1}{5}dt$

Получим интеграл

$$\int t^3\cdot\frac{1}{5}dt=\frac{1}{5}\cdot\int t^3dt=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}t^4+C=\frac{1}{20}\cdot\left(5\ln x-1\right)+C$$

Решить примеры по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования:

а) $\int (x^{-4}-x^{-3}-3x^{-2}+1)dx$ б) $\int 5^x dx$ в) $\int (e^x+2x-\frac{1}{x})dx$ г) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x}dx$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки:

а) $\int (x^2+3)^5 xdx$ б) $\int \frac{x^3}{(5x^4+3)^4}dx$ в) $\int \sqrt{e^x+1}e^x dx$

г) $\int \frac{\cos xdx}{\sqrt{1-\sin x}}$ д) $\int \frac{x^3dx}{\sqrt[3]{(5x^4+2)^2}}$ е) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

Вариант № 2

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования:

а) $\int 3(x-2)dx$ б) $\int (4x^3+4x^{-2}-3)dx$ в) $\int \left(\sqrt[3]{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx$ г) $\int (2e^x-3\cos x)dx$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки:

а) $\int \sin(1-t)dt$ б) $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$ в) $\int \frac{\cos x}{1+\sin x}dx$

г) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$ д) $\int \sqrt[5]{\left(x+4\right)^2}dx$ е) $\int e^{3-2x}dx$

Вариант № 3

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования:

а) $\int (x+3)^2 dx$ б) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) dx$ в) $\int (x - 5e^x) dx$ г) $\int \frac{\sin^2 t - 2}{\sin^2 t} dt$

2. Найти неопределенные интегралы методом подстановки:

а) $\int 3^{-t+2} dt$ б) $\int \sqrt[3]{(3x+1)^2} dx$ в) $\int e^{\cos x} \sin x dx$

г) $\int \frac{3\ln x - 5}{x} dx$ д) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}} dx$ е) $\int \frac{2x^3}{(x^4-5)^8} dx$

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Что называют первообразной функции? Неопределенным интегралом?
2. Какие методы интегрирования вам известны?
3. В каких случаях целесообразно использовать интегрирование методом подстановки?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 6

Тема: Вычисление определенных интегралов.

Цель: закрепить навыки вычисления определенного интеграла непосредственным методом и методом подстановки.

Материальное обеспечение: методические указания, таблица интегралов (формул и правил интегрирования), научные калькуляторы.

Вводный контроль:

1. Дайте определение понятия «определенный интеграл от a до b функции f(x)».
2. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Каковы основные свойства определенного интеграла?
5. Чем отличается применение метода подстановки к вычислению определенного интеграла от случая неопределенного интеграла?

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вычислить определенный интеграл непосредственным методом.

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{x\cos x + 1}{x} dx$$

Решение:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{x\cos x+1}{x}dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\frac{x\cos x}{x}+\frac{1}{x}\right)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\cos x+\frac{1}{x}\right)dx=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\cos x dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{1}{x}dx=\sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}+\ln|x|\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=$$

$$=\sin\pi-\sin\frac{\pi}{2}+\ln\pi-\ln\frac{\pi}{2}=0-1+\ln\left(\pi:\frac{\pi}{2}\right)=\ln 2-1$$

Задание 2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:

$$\int_1^2\left(x^2-1\right)^3 x dx$$

Решение:

Обозначим $x^2-1=t$, тогда

$$dt=\left(x^2-1\right)'\cdot dx=2xdx$$

$$xdx=\frac{1}{2}dt$$

Границы интегрирования при этом изменятся:

$1\le x\le 2$

$1\le x^2\le 4$

$0\le x^2-1\le 3$

$0\le t\le 3$

Получим интеграл:

$$\int_0^3 t^3\cdot\frac{1}{2}dt=\frac{1}{2}\cdot\int_0^3 t^3 dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot t^4\Big|_0^3=18\cdot(81-0)=\frac{81}{8}=10\frac{1}{8}.$$

Решить задания по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. Вычислить определенные интегралы непосредственным методом:

а) $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$; б) $\int_1^8\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$; в) $\int_{\frac{\Pi}{4}}^{\frac{\Pi}{3}}\left(\frac{1}{\sin^2 x}+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx$; г) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\frac{dx}{2\sqrt{1-x^2}}$.

2. Вычислить определенные интегралы методом подстановки:

а) $\int_{-1}^{1}\frac{x^2}{2x^3+3}dx$; б) $\int_0^{\frac{\Pi}{3}}e^{\cos x}\sin x dx$; в) $\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx$.

Вариант № 2

1. Вычислить определенные интегралы непосредственным методом:

а) $\int_{-1}^{+1}\left(\frac{1}{2}t+4t^2\right)dt$; б) $\int_1^2\frac{2dx}{5x}$; в) $\int_1^2\frac{(x-1)^2}{x^2}dx$; г) $\int_0^{\frac{\Pi}{3}}\left(\frac{2}{\cos^2 x}+\sin x\right)dx$.

2. Вычислить определенные интегралы методом подстановки:

а) $\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{5x}{\left(1-x^2\right)^3}dx$; б) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)dx$; в) $\int_0^1 x^2e^{x^3}dx$.

Вариант № 3

1. Вычислить определенные интегралы непосредственным методом:

а) $\int_0^5(x^2-5x)dx$; б) $\int_2^8\frac{2+x}{x^2}dx$; в) $\int_0^{\pi}(e^x-\cos x)dx$; г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2dt}{\cos^2 t}$.

2. Вычислить определенные интегралы методом подстановки:

а) $\int_{2\sqrt{2}}^{4} x\sqrt{x^2-7}dx$; б) $\int_{0}^{1} \frac{6x^2}{1+2x^3}dx$; в) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin xdx}{\cos^4 x}$.

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Что такое «определенный интеграл от a до b функции f(x)»? Запишите и назовите формулу, по которой он вычисляется.
2. Перечислите свойства определенного интеграла, которые применяются при его вычислении.
2. Какие прикладные задачи могут быть решены с помощью определенного интеграла?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 7

Тема: Вычисление объема посуды и силы давления жидкости на поверхность посуды с помощью определенного интеграла.

Цель: закрепить навыки применения определенного интеграла в решении прикладных задач профессиональной направленности.

Материальное обеспечение: методические указания, таблица интегралов (формул и правил интегрирования), научные калькуляторы.

Вводный контроль:

1. Дайте определение понятия «определенный интеграл от a до b функции f(x)», запишите формулу Ньютона-Лейбница.
2. Что называют криволинейной трапецией? В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
3. Запишите формулу вычисления объема тела вращения вокруг оси Ox. Сделайте чертеж.
4. Какие физические величины могут быть вычислены с помощью определенного интеграла? Что в каждом из этих случаев является подынтегральной функцией и как устанавливаются границы интегрирования?
5. Запишите физическую формулу, по которой вычисляется сила давления жидкости на некоторый участок горизонтальной поверхности.
6. Объясните, почему предыдущую формулу нельзя использовать при вычислении силы давления жидкости на вертикальную и наклонную поверхность? Как производится вычисление в этом случае (объясните на примере из домашнего задания).

Порядок выполнения работы

Задание 1. Найти площадь фигуры, заключенной между кривой $y = x^3$, прямыми $x = -1$, $x = 2$ и осью Ox.

Решение: выполним чертеж.

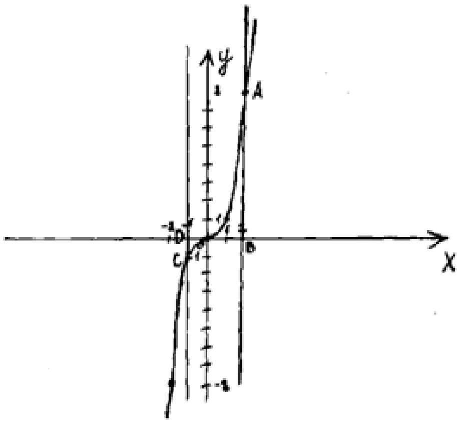

Рис. 1

Искомая площадь является суммой площадей двух криволинейных треугольников: OAB и OCД:

$S = S_{OAB} + S_{OCD}$

Находим

$$S_{OAB} = \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_0^2 = \frac{2^4}{4} = 4 \text{ (кв.ед.)}$$

$$S_{OCD} = -\int_{-1}^0 x^3 dx = -\frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^0 = -\left(0 - \frac{(-1)^4}{4}\right) = \frac{1}{4} \text{ (кв.ед.)}$$

В итоге получим числовое значение площади фигуры:

$S = 4 + \frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$ (кв.ед.).

Задание 2. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: y = sinx, x = 0, $x = \pi$, y = 0.

Решение: выполним чертеж.

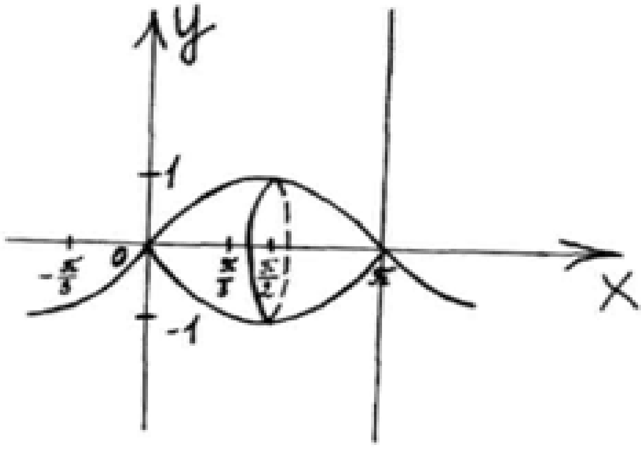

Рис. 2

Объем такого тела вычисляется по формуле:

$$V = \pi \cdot \int_a^b y^2(x) dx \qquad (1)$$

В нашем случае a = 0, $b = \pi$, y(x) = sinx.

По формуле (1) вычисляем:

$$V = \pi \cdot \int_0^\pi \sin^2 x dx = \pi \int_0^\pi \frac{1-\cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^\pi dx - \frac{\pi}{2} \cdot \int_0^\pi \cos 2x dx = \frac{\pi}{2} \cdot x\Big|_0^\pi - \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x\Big|_0^\pi =$$

$$=\frac{\pi}{2}\cdot(\pi-0)-\frac{\pi}{4}\cdot(\sin 2\pi-\sin 0)=\frac{\pi^2}{2}-\frac{\pi}{4}\cdot 0=\frac{\pi^2}{2}\text{ (куб.ед.)}$$

Задание 3. Вычислить силу давления воды, заполняющей цилиндрический стакан, на боковую поверхность стакана, если высота стакана h=8 см., радиус основания r=3,5 см., плотность воды ρ=1000 кг/м³.

Решение: так как площадь, испытывающая давление воды, не горизонтальна, то давление на нее будет различным на разной глубине, следовательно, сила давления является функцией от x – глубины погружения: p=p(x).

Выделим участок боковой поверхности стакана, нижний и верхний края которого погружены соответственно на глубину x+Δx и x (сделайте рисунок самостоятельно). Так как его разверткой является прямоугольник длиной 2πr и шириной Δx, то его площадь равна ΔS=2πrΔx. Тогда сила давления на этот участок при малых значениях Δx будет Δp=ρgxΔS=2πrρgxΔx, отсюда:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x}=2\pi r\rho gx$$

Перейдя к пределу при $\Delta x\to 0$ получим в левой части равенства производную функции p(x):

$$p`(x)=2\pi r\rho gx$$

Проинтегрировав обе части равенства по x от 0 до h, получим:

$$p=\int_0^h 2\pi r\rho gx\,dx=2\pi r\rho g\cdot\frac{h^2-0^2}{2}=\pi r\rho gh^2$$

По выведенной формуле вычисляем силу давления воды на боковую поверхность стакана:

$$p=\pi r\rho gh^2\approx 3{,}14\cdot 0{,}035\cdot 1000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}0064\approx 6{,}9(H)$$

Решить задачи по индивидуальному варианту:

Вариант 1

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: x-2y+4=0; x+y-5=0; y=0. Сделайте чертеж.
2. Картофельный клубень имеет форму тела вращения арки синусоиды $f(x)=3\sin\frac{x}{4}$ (см) вокруг оси Oxпри $0\le x\le 4\pi$ (см). Сделайте чертеж и вычислите объем клубня (в дм³).
3. Вычислите силу давления воды, заполняющей цилиндрическую кастрюлю, на боковую поверхность кастрюли, если высота кастрюли h=12 см., диаметр основания d=15 см., плотность воды ρ=1000 кг/м³.

Вариант 2

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: y = $-x^2+10x-16$ и y = x+2. Сделайте чертеж.

2. Плод манго имеет форму тела вращения арки косинусоиды $f(x)=7\cos\frac{x}{3}$ (см) вокруг осиOx при $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$ (см). Сделайте чертеж и вычислите объем плода манго (в дм³).

3. Вычислите силу давления воды, заполняющей цилиндрическую турку, на боковую поверхность турки, если высота турки h=7 см., диаметр основания d=9 см., плотность воды ρ=1000 кг/м³.

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Что называют определенным интегралом от a до b функции f(x)? В чем состоит его геометрический смысл?
2. Какие физические величины могут быть найдены с помощью определенного интеграла?
3. Как вычисляется сила давления жидкости на участок вертикальной поверхности?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 8

Тема: Решение простейших задач с применением комбинаторных формул и классического определения вероятности. Вычисление числовых характеристик случайной величины.

Цель: закрепить навыки решения задач и уравнений с использованием формул комбинаторики и теории вероятностей.

Материальное обеспечение: методические указания, научные калькуляторы.

Вводный контроль:

1. Что называется случайным событием? Его вероятностью?
2. Какие события называют невозможными? Достоверными? Независимыми? Несовместными?
3. Сформулируйте и запишите теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Что называют случайной величиной? Что представляет собой закон ее распределения?
5. Назовите числовые характеристики случайной величины, объясните, что они означают.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Вычислить значение выражения $\dfrac{C_{14}^{9}+C_{14}^{10}}{C_{15}^{10}}$

Решение: количество сочетаний вычисляем по формуле

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m}$$

$$\frac{C_{14}^{9}+C_{14}^{10}}{C_{15}^{10}} = \frac{\dfrac{A_{14}^{9}}{P_9}+\dfrac{A_{14}^{10}}{P_{10}}}{\dfrac{A_{15}}{P_{10}}} = \frac{\dfrac{14!}{5!9!}+\dfrac{14!}{4!10!}}{\dfrac{15!}{10!5!}} = \frac{\dfrac{14!}{4!9!}\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}\right)}{\dfrac{15!}{10!5!}} = \frac{14!\cdot 3\cdot 10!\cdot 5!}{4!\cdot 9!\cdot 10\cdot 15!} = \frac{14!}{15!}*\frac{10!}{9!}*\frac{5!}{4!}*\frac{3}{10} =$$

$$\frac{1}{15}*\frac{10}{1}*\frac{5}{1}*\frac{3}{10} = 1.$$

Задание 2. Решить уравнение:

$$A_x^4 = 15\cdot A_{x-2}^3.$$

Решение: находим область допустимых значений неизвестного (ОДЗ)

$\begin{cases} x \,\phi\, 4 \\ x-2 \,\phi\, 3 \end{cases}$, то есть x>5

По формуле числа размещений имеем:

x(x-1)(x-2)(x-3) = 15(x-2)(x-3)(x-4)

Так как значения x=2 и x=3 не принадлежат ОДЗ, то они не могут являться корнями уравнения; делим обе части равенства на (x-2)(x-3):

x(x-1)=15(x-4)

x^2-x-15x+60=0

x^2-16x+60=0

Д=256-240 =16>0

$$x_1 = \frac{16+4}{2} = 10;\ x_2 = \frac{16-4}{2} = 6$$

Оба найденных корня принадлежат ОДЗ.

Ответ: 6 и 10.

Задание 3. На каждой из семи одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: Н, О, П, Р, С, Т, У. Найти вероятность того, что на пяти взятых наугад и расположенных в ряд карточках можно будет прочесть слово «СПОРТ» (события А).

Решение: общее число всевозможных исходов n= $A_7^5 = 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3 = 2520$, а благоприятствует событию А лишь один, т.е. m=1, поэтому P(A)=$\dfrac{m}{n} = \dfrac{1}{2520} \approx 0{,}0004$.

Задание 3. Найти математическое ожидание M(X) дисперсию D(X) и среднеквадратическое отклонение σ(X) случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	0	1	2	3	4
p	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

Решение: математическое ожидание случайной величины X:

$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$ По формуле вычисляем:

M(X) = 0,2*0+0,4*1+0,3*2+0,08*3+0,02*4=0+0,4+0,6+0,24+0,08=0,42.

Дисперсия случайной величины X:

D(X) = M(X^2) – $(M(X))^2$

Находим закон распределения для X^2:

X^2	0	1	4	9	16
p	0,2	0,4	0,3	0,08	0,02

Математическое ожидание для X^2:

M(X^2) = 0*0,2+1*0,4+4*0,3+9*0,08+16*0,02 = 0+0,4+1,2+0,72+0,32=2,64,

тогда по формуле дисперсия:

D(X) = 2,64-$(0,42)^2$ = 2,4636.

Среднеквадратическое отклонение случайной величины X:

σ(X)=$\sqrt{D(X)}$

По формуле вычисляем:

σ(X)= $\sqrt{2{,}4636} = 1{,}5696$

Решить задания по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1. Вычислить: $\frac{C_6^4 \cdot P_3}{A_6^2}$.
2. Решить уравнение: $A_{x+2}^3 = 42x$.
3. В ящике 50 деталей, из них 15 окрашенных. Наугад извлекается 1 деталь. Найти вероятность, что деталь окажется окрашенной.
4. Экзаменационные билеты пронумерованы от 1 до 30. Какова вероятность, что номер взятого билета будет кратен 5 или 7?
5. Найти числовые характеристики случайной величины, заданной законом распределения:

X	1	2	3	4
p	0,3	0,1	0,2	0,4

Вариант № 2

1. Вычислить: $C_8^3 + \frac{A_9^4}{P_4}$.
2. Решить уравнение: $C_x^3 = 2x$.
3. В урне находится 13 белых и 7 черных шара. Наудачу извлекается 1 шар. Какова вероятность, что извлеченный шар окажется черным?
4. В партии из 30 пар обуви 10 пар - мужской, 8 пар – женской, 12 пар - детской. Найти вероятность того, что взятая наугад пара обуви окажется недетской?
5. Найти числовые характеристики случайной величины, заданной законом распределения:

x	-2	-1	0	1	2	3
p	$^1/_6$	$^1/_6$	$^1/_{12}$	$^1/_3$	0	$^1/_4$

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Сформулируйте классическое определение вероятности случайного события. Запишите формулу.
2. Как вычисляется вероятность суммы, произведения событий?
3. Запишите в общем виде закон распределения случайной величины. Какие числовые характеристики используются для описания случайной величины?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Практическое занятие № 9

Тема: Статистический анализ количества заказов в кафе.

Цель: закрепить навыки вычисления числовых характеристик выборки и обработки результатов исследования с помощью математической статистики.

Материальное обеспечение: методические указания, научные калькуляторы.

Вводный контроль:

1. Что в математической статистике называют генеральной совокупностью? Выборочной совокупностью (выборкой)? Объемом выборки? Размахом выборки?
2. Дайте определение понятий варианта; вариационный ряд.
3. Что называют частотами вариант и как найти относительные частоты?
4. Что называют статистическим рядом?
5. Что называют выборочным средним выборки? Запишите формулу.
6. Запишите формулы для смещенной и несмещенной выборочной дисперсий выборки.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Для выборки 4, 5, 3, 2, 1, 2, 0, 7, 7, 3 найти выборочное среднее X, выборочную дисперсию S_o, несмещенную выборочную дисперсию S.

Решение: объем выборки n=10. Находим выборочное среднее как среднее арифметическое значений выборки:

$$X = \frac{4+5+3+2+1+2+7+7+3}{10} = 3{,}4$$

Для вычисления выборочной дисперсии сначала подсчитаем среднее квадратов значений выборки:

$$x^2 = \frac{4^2+5^2+3^2+2^2+7^2+7^2+3^2}{10} = 16{,}6$$

Теперь по формуле выборочной дисперсии

$S_o=16{,}6-3{,}4^2=5{,}04$

Несмещенную выборочную дисперсию вычисляем по формуле:

$$S = \frac{n}{n-1} S_0$$

$$S = \frac{10}{9} * 5{,}04 = 5{,}6$$

Задание 2. Построить полигон относительных частот для статистического распределения выборки, заданной таблицей:

x_i	1	2	3	4	5	6
n_i	4	6	12	16	44	18

Решение: находим объем выборки как сумму частот всех вариант:

n=4+6+12+16+44+18=100.

Находим относительные частоты всех вариант как отношения соответствующих частот к объему выборки:

x_i	1	2	3	4	5	6
w_i	0,04	0,06	0,12	0,16	0,44	0,18

Строим полигон относительных частот:

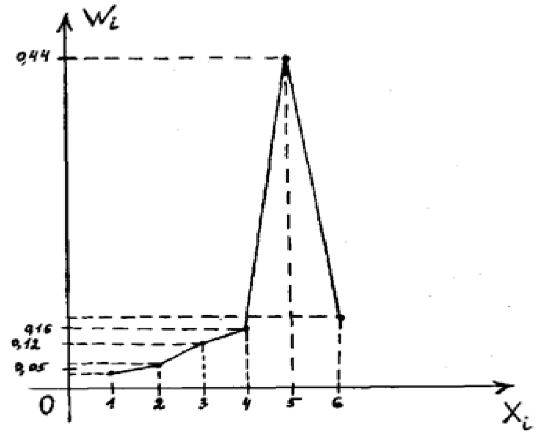

Рис. 3

Задание 2. В результате изменения напряжения в электросети получена выборка (значения даны в Вольт): 218, 221, 215, 225, 225, 217, 224, 220, 219, 221, 219, 222, 227, 218, 220, 223, 230, 223, 216, 224, 227, 220, 222.

Построить гистограмму частот, если число частичных промежутков равно 5.

Решение: наименьшее значение выборки равно 215, наибольшее – 230.

Находим длину частичных промежутков:

$$n = \frac{230 - 215}{5} = 3$$

Подсчитываем с учетом кратности число значений выборки, попавших в каждый промежуток. Для [215; 218] – 3 значения, для [218-221]- 8 значений, для [221-224]-6 значений, для [224-227]-5 значений, для [227-230]-2 значения. Следовательно, высоты прямоугольников (слева направо), образующих гистограмму, соответственно равны 1; $\frac{8}{3}$; 2; $\frac{5}{3}$; $\frac{2}{3}$

По этим данным строим гистограмму:

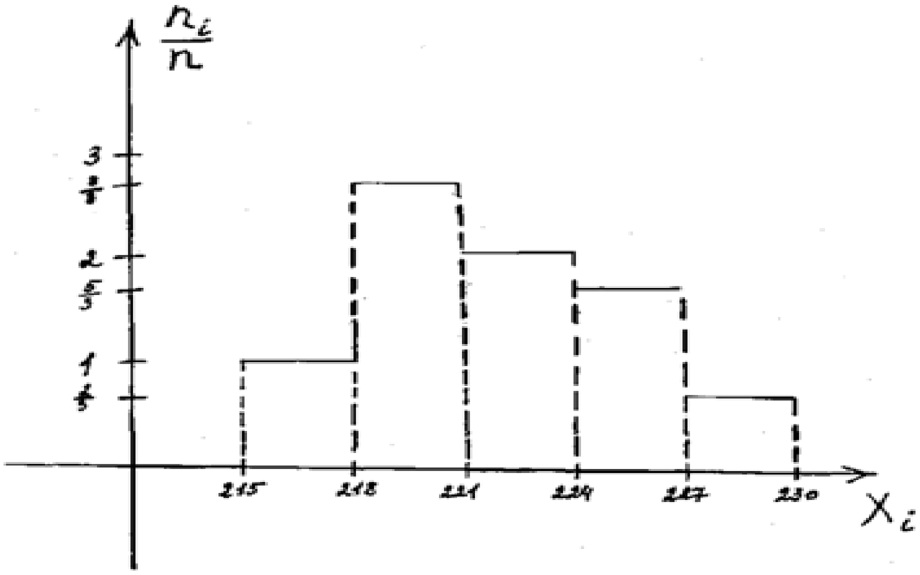

Рис. 4

Для контроля убеждаемся в том, что площадь гистограммы равна объему выборки:

$$3\left(1 + \frac{8}{3} + 2 + \frac{5}{3} + \frac{2}{3}\right) = 24.$$

Решить задания по индивидуальному варианту:

Вариант № 1

1.Город N активно посещается туристами. Два кафе в этом городе, первое - в центре, а второе – на окраине, работают с 8-00 до 20-00, то есть 12 часов в сутки. Среднее количество посетителей в течение первого, второго и т.д. часа работы для первого кафе определяется выборкой

12, 10, 6, 11, 24, 25, 23, 17, 13, 24, 30, 21,

а для второго кафе – выборкой

6, 3, 1, 5, 13, 15, 13, 8, 8, 14, 20, 14.

2.Для каждой выборки:

a) подсчитайте объем и размах;
b) составьте выборочный ряд и статистическое распределение;
c) вычислите выборочную среднюю, дисперсию и среднее квадратическое отклонение;

d) постройте гистограмму частот, отложив по оси абсцисс временные интервалы, а по оси ординат – количество посетителей;
e) предположите, с чем связаны различия в числовых характеристиках двух выборок.

Вариант № 2

1.Количество заказов в кафе газированного напитка в период с 1 по 15 июля определяется выборкой
20, 18, 16, 22, 21, 19, 20, 18, 24, 26, 21, 18, 17, 22, 18,
а в период с 1 по 15 января – выборкой
8, 11, 9, 7, 6, 7, 8, 4, 3, 3, 2, 2, 1, 2, 2.
2.Для каждой выборки:
a) подсчитайте объем и размах;
b) составьте выборочный ряд и статистическое распределение;
c) вычислите выборочную среднюю, дисперсию и среднее квадратическое отклонение;
d) постройте гистограмму частот, отложив по оси абсцисс дни месяца, а по оси ординат – количество заказов;
e) предположите, с чем связаны различия в числовых характеристиках двух выборок.

Содержание отчета:

отчет должен содержать: 1) тему, 2) цель, 3) решенные задачи по вариантам в письменной форме.

Заключительный контроль:

1. Какие понятия и величины математической статистики вам известны?
2. Что называют выборочным средним? Как оно вычисляется?
3. Что называют выборочной дисперсией? Средним квадратическим отклонением выборки? Как вычисляются эти величины и в чем их смысл?

Список литературы:

1. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2004. – 496, с.
2. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2010. – 304, с.

Критерии оценок

№ п/п	Оценка	% выполнения заданий
1	Неудовлетворительно ставится при выполнении	**0 – 49%**
2	Удовлетворительно ставится при выполнении	**50 – 64%**
3	Хорошо ставится при выполнении	**65 – 80%**
4	Отлично ставится при выполнении более	**81%**

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет – ресурсов, дополнительной литературы

Рекомендуемая литература

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл.   – М., 2014.

Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10 (11) кл. – М., 2014.

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2014.

Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2013. – 496, с.
Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для средних специальных учебных заведений, 6-е изд., стер. – М.: Academia, 2013. – 304, с.

Длополнительная литература

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл.   – М., 2014.

Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10—11 кл. 2005.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10-11. – М., 2014.

Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Федерова Н.Е. и др. под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 кл. – М., 2005.

Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 11 кл. – М., 2006.

Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 кл. – М., 2006.

Шарыгин И.Ф. Геометрия (базовый уровень) 10—11 кл. – 2005.

Перетятко Т.И. Основы калькуляции и учета в общественном питании: учебно-практическое пособие. – М.: Дашков и К°, 2002. – 232, с.

Данко П.Е. и др**.** Высшая математика в упражнениях и задачах, ч. 1, 2. -М.: Оникс мир и образование, 2006. – 298, с.

Интернет-ресурсы

http://www.fepo.ru/

http://www.highermath.ru